回路システム学第二（4）

2019.5.6

担当教員　山尾　泰

先週の学習項目

１． ラプラス変換による回路方程式の解法

- 時間領域解析と周波数領域解析

２． ラプラス変換の諸法則

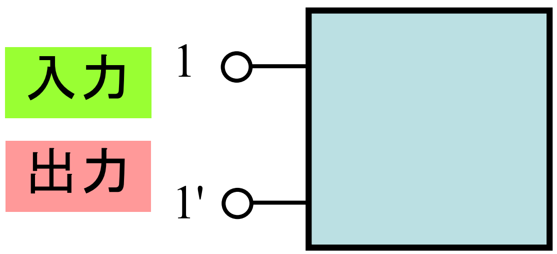
回路網関数（1）

回路網関数とは

ある回路の**端子**に外部から**入力**を加えた時の**出力(応答)**を入力の関数で表す

→ 回路の中の任意の接続点を導線で外部に引き出した端

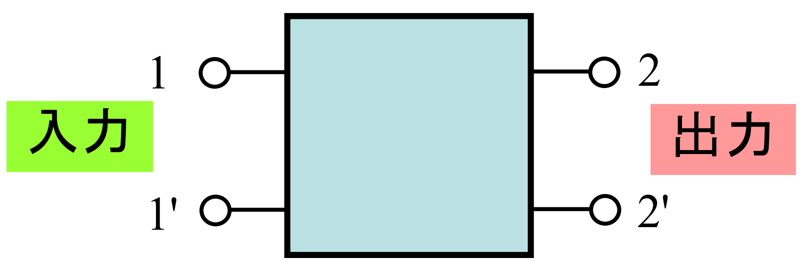
（1） 1端子対回路(1ポート回路)



1ポート回路の端子には、通常、電圧源や電流源が接続されるので、その端子を**駆動点**ともいう

駆動点関数

（2） 2端子対回路(2ポート回路)



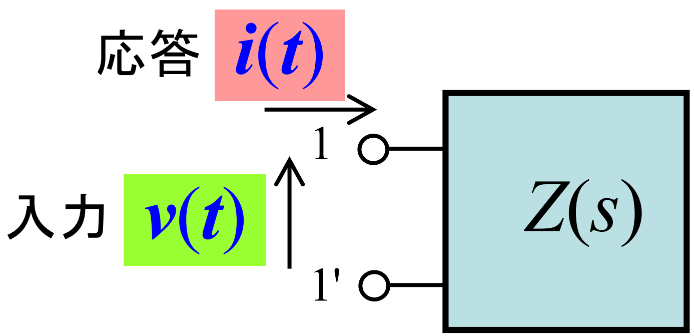
伝達関数

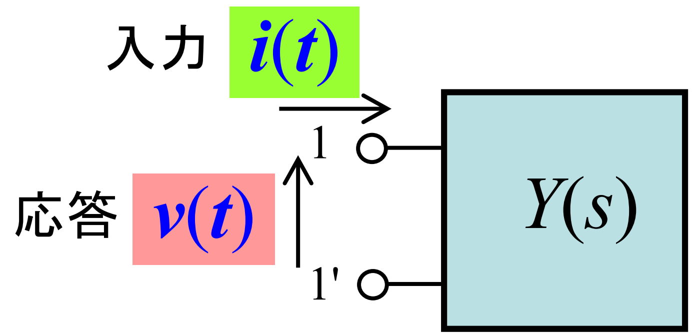
駆動点関数・伝達関数 → **回路網関数** (注)

注；回路網関数は全て周波数領域(s)の関数である

1ポート回路と駆動点関数

1ポート回路の端子に電圧や電流が入力された場合、その回路の応答は入力電圧に対する電流、または入力電流に対する電圧である



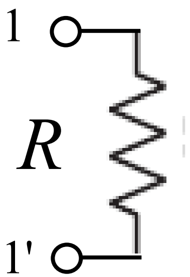


それぞれのラプラス変換を $V(s)$, $I(s)$ とおくと、

$$I(s) = \frac{V(s)}{Z(s)} \qquad V(s) = \frac{I(s)}{Y(s)}$$

なる $Z(s)$ を入力インピーダンスまたは駆動点インピーダンス,
$Y(s)$ を入力アドミタンスまたは駆動点アドミタンスといい、
両者を総称して、**駆動点イミタンス**、または**駆動点関数**という

基本回路素子の駆動点関数(1)



抵抗

駆動点インピーダンス $Z(s)$ は

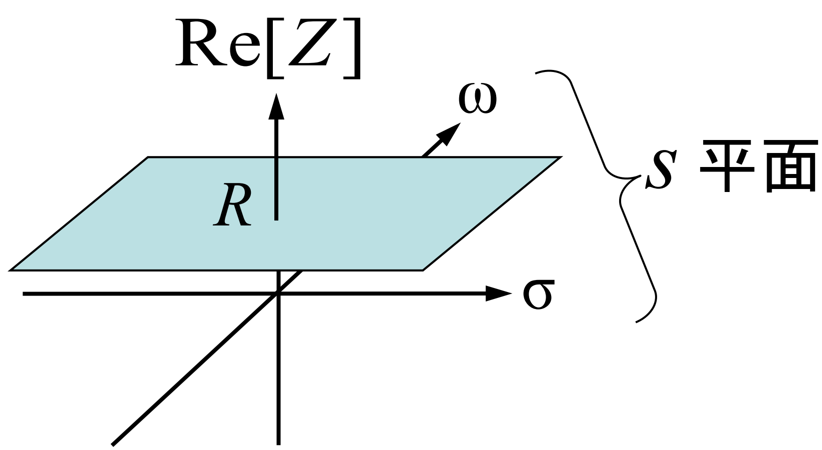
$$Z(s)=\frac{V(s)}{I(s)}=\frac{\mathcal{L}[v(t)]}{\mathcal{L}[i(t)]}=\frac{R\mathcal{L}[i(t)]}{\mathcal{L}[i(t)]}=R$$

$Z(s)$ は $s=\sigma+j\omega$ によらない

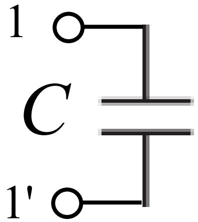
実数 R となる

$$\mathrm{Re}[Z]=R,\quad \mathrm{Im}[Z]=0$$

s に関して Z の周波数特性は平坦



基本回路素子の駆動点関数(2)



コンデンサ

駆動点インピーダンス $Z(s)$ は

$$Z(s)=\frac{V(s)}{I(s)}=\frac{\mathcal{L}[v(t)]}{\mathcal{L}[i(t)]}=\frac{\mathcal{L}\left[\frac{1}{C}\int_{t_0}^{t}i(t)dt\right]}{I(s)}$$

ここで $\mathcal{L}\left[\frac{1}{C}\int_{t_0}^{t}i(t)dt\right]=\frac{1}{C}\cdot\frac{1}{s}\left(I(s)+\cancel{\int_{-\infty}^{0}i(t)dt}\right)$

であり、初期条件で $i(t)=0(t<0)$ ならば積分項は0となる

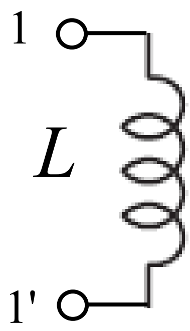
したがって

$$Z(s)=\frac{1}{Cs}$$

交流解析では

$$Z(\omega)=\frac{1}{j\omega C}$$

基本回路素子の駆動点関数(3)



コイル

駆動点インピーダンス $Z(s)$ は

$$Z(s)=\frac{V(s)}{I(s)}=\frac{\mathcal{L}[v(t)]}{\mathcal{L}[i(t)]}=\frac{\mathcal{L}\left[L\frac{di(t)}{dt}\right]}{I(s)}$$

ここで $\mathcal{L}\left[L\frac{di(t)}{dt}\right]=L\cdot s\big(I(s)-i(0)\big)$

であり、初期条件で $i(0)=0$ とすると

$$Z(s)=Ls$$

交流解析では

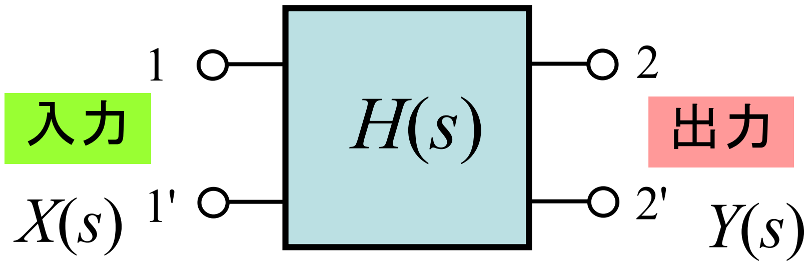
$$Z(\omega)=j\omega L$$

2ポート回路と伝達関数

2ポート回路では入力ポートと出力ポートが分離している

その回路の応答は、一般に入力のラプラス変換を $X(s)$、出力のラプラス変換を $Y(s)$ として、

$$Y(s) = H(s) \cdot X(s)$$



と書ける。ここで、入力、出力がそれぞれ

（1）入力：電圧、　出力：電流　の場合、 $H(s)$ は　伝達アドミタンス

（2）入力：電流、　出力：電圧　の場合、 $H(s)$ は　伝達インピーダンス

（3）入力／出力ともに電圧　の場合、　$H(s)$ は　電圧伝達関数

（4）入力／出力ともに電流　の場合、　$H(s)$ は　電流伝達関数

以上を総称して　**伝達関数**　という

伝達関数の例

先の例題では

出力電圧 $V(s) = H(s) \cdot E(s)$ 入力電圧

$$V(s) = \frac{2s}{s^2 + 2s + 2} \cdot \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$$

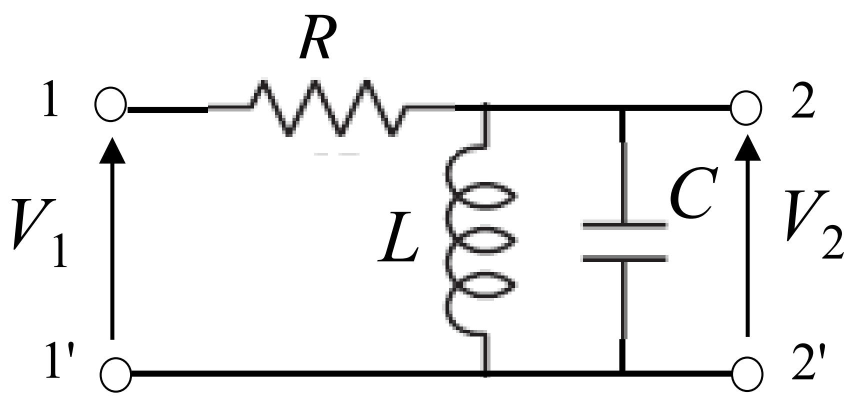
入出力電圧の関係を決定する回路関数

＝電圧伝達関数

おさらいとして、より一般的な R, C, L で表示した解を求めよう

演習1.（伝達関数のおさらい）

（1）図1の回路の電圧伝達関数 $H(s)$ を回路素子の駆動点インピーダンスから求めよ。



$$V_2(s) = H(s)V_1(s)$$

抵抗

$$Z_R(s) = R$$

コイル

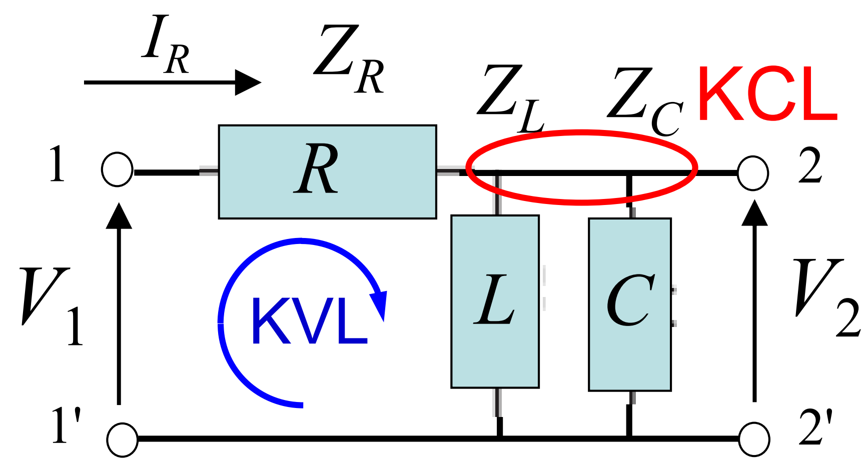
$$Z_L(s) = Ls$$

コンデンサ

$$Z_C(s) = \frac{1}{Cs}$$

演習1.(伝達関数)-回答

この回路の電圧伝達関数 $H(s)$ はキルヒホッフの法則を用いて

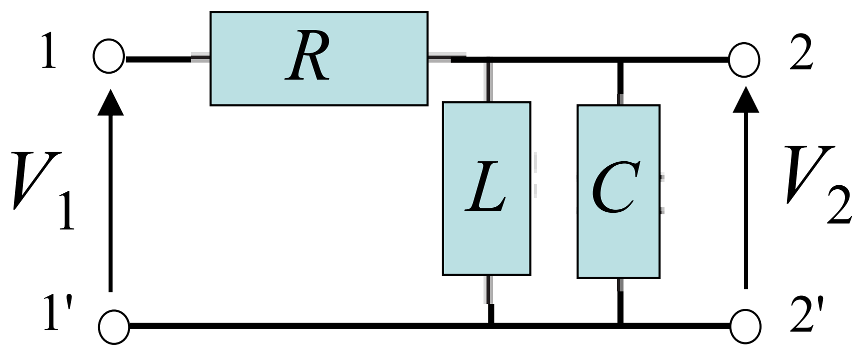


$$V_2 = V_1 - I_R Z_R = V_1 - \frac{V_1}{Z_R + 1\Big/\left(\dfrac{1}{Z_L} + \dfrac{1}{Z_C}\right)} Z_R$$

（続き）

$$\therefore \quad H(s)=\frac{V_2}{V_1}=\left(1-\frac{1}{1+\dfrac{1}{Z_R\left(\dfrac{1}{Z_L}+\dfrac{1}{Z_C}\right)}}\right)$$

各回路素子の駆動点インピーダンスは



抵抗

$$Z_R(s)=R$$

コイル

$$Z_L(s)=Ls$$

コンデンサ

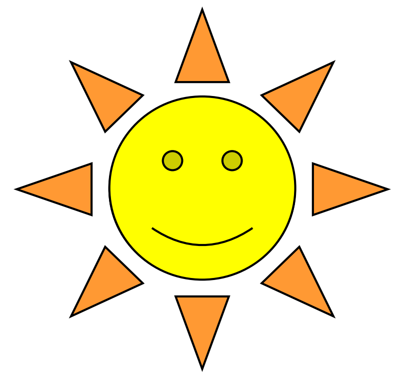
$$Z_C(s)=\frac{1}{Cs}$$

（続き）

$$H(s)=\frac{V_2}{V_1}=1-\frac{1}{1+\dfrac{1}{R\left(\dfrac{1}{sL}+sC\right)}}$$

これを s について整理して

$$\boxed{H(s)=\frac{sL}{s^2LCR+sL+R}}$$



正 解

キルヒホッフの法則と回路素子の駆動点インピーダンスのみで伝達関数が簡単に求まった

連絡事項その1

次週（５月１３日）は海外出張のため
休講です。

次回の授業は5月２０日になります。
しっかり復習しておいてください。

第１回演習（レポート提出）

１. 図1の回路の電圧伝達関数 $H(s)$ を回路素子の駆動点インピーダンスから求めよ。

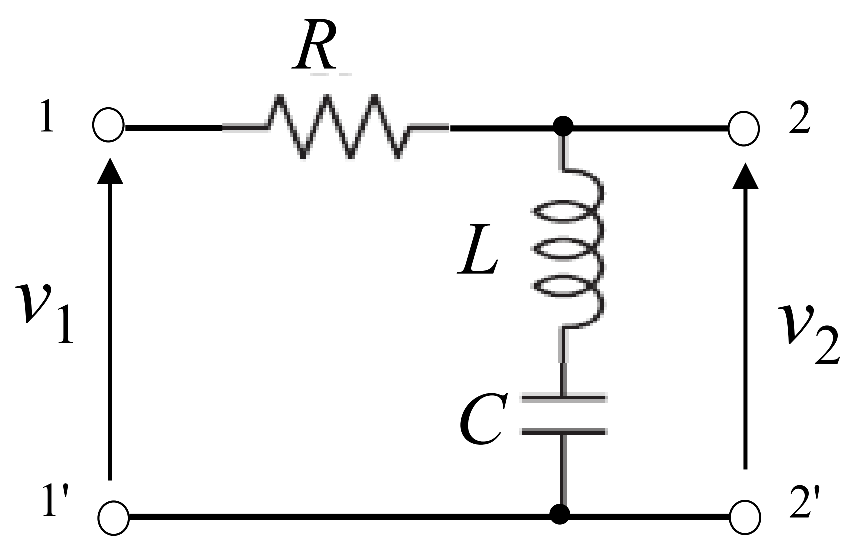


図１

第１回演習レポート（続き）

２. 図１の回路において

(1) $R = 1[\Omega],\ L = 0.5[H],\ C = 1[F],$

(2) $R = 2[\Omega],\ L = 0.5[H],\ C = 1[F],$

としたそれぞれの場合の$H(s)$ の零点（$H(s)$ がゼロとなる）を与える s および極（$H(s)$ が無限大となる）を与える s を求めよ。

提出用紙は授業で配布した演習用解答用紙またはA4レポート用紙を使用し、学籍番号と氏名を各ページの上部に必ず記入すること。

提出日；次回の授業（５月２０日）の開始時に回収